



U.M.A

Commission OPAM



OPAM 2016
Dakar Sénégal

24^{ième} OLYMPIADES PAN AFRICAINES DE MATHÉMATIQUES

Jour 2 : Jeudi 28 avril 2016

Durée : 4 h 30 min

PROBLÈME 1

Soient x, y, z des réels strictement positifs tels que $xyz = 1$.

Montrer que

$$\frac{1}{(x+1)^2 + y^2 + 1} + \frac{1}{(y+1)^2 + z^2 + 1} + \frac{1}{(z+1)^2 + x^2 + 1} \leq \frac{1}{2}.$$

PROBLÈME 2

$ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$, tel que $AB > CD$. Les points M et N sont situés respectivement sur $[AB]$ et $[BC]$ de sorte que chacun des segments $[CM]$ et $[AN]$ divise le trapèze en deux parties d'aires égales.

Montrer que le segment $[MN]$ coupe le segment $[BD]$ en son milieu.

PROBLÈME 3

On considère un quadrillage de taille $n \times n$ formé par n^2 carrés de côté 1. On définit le centre d'un carré comme étant le point d'intersection de ses diagonales.

Déterminer le plus petit entier m tel que, parmi n'importe quel nombre m de carrés dans le quadrillage, on en a toujours quatre dont les centres sont les sommets d'un parallélogramme.